

解答編

今月の1問

8月

$$\begin{aligned}(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3 &= \{(a + b + c)^3 - a^3\} - (b^3 + c^3) \\ &= \{(a + b + c) - a\}\{(a + b + c)^2 + a(a + b + c) + a^2\} - (b + c)(b^2 - bc + c^2) \\ &= (b + c)(a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca + a^2 + ab + ca + a^2) - (b + c)(b^2 - bc + c^2) \\ &= (b + c)(3a^2 + b^2 + c^2 + 3ab + 2bc + 3ca) - (b + c)(b^2 - bc + c^2) \\ &= (b + c)\{(3a^2 + b^2 + c^2 + 3ab + 2bc + 3ca) - (b^2 - bc + c^2)\} \\ &= (b + c)(3a^2 + 3ab + 3bc + 3ca) \\ &= 3(b + c)(a^2 + ab + bc + ca) \\ &= 3(b + c)\{a(a + b) + c(b + a)\} \\ &= 3(b + c)(a + b)(a + c) \\ &= 3(a + b)(b + c)(c + a)\end{aligned}$$

こんな感じで因数分解できます。

ポイントは最初の $(a + b + c)^3 - a^3$ と $(b^3 + c^3)$ の2つの項に分けて因数分解ができるかどうかです。

もちろん $(a + b + c)^3$ をそのまま展開しても可能ですが、式が長大になり先が見通しづらく大変です。因数分解は計算の基本。しっかり基礎力をつけましょう。ちなみに $(a + b + c)^3$ の展開公式は

$(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3a^2c + 3b^2c + 3b^2a + 3c^2a + 3c^2b + 6abc$ ですが、覚えるなら

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ までで十分です。

他にも、 $a + b = A$ と置き換えをして計算量を抑えながら展開し、次の因数分解にもっていくという方法も解法の基本です。ためてみましょう。

答え $3(a + b)(b + c)(c + a)$