解答編

今月の１問

９月

まず、循環小数を $0.ababab\cdots$ を x とおいて、分数に直そう。

$$x = \quad 0.ababab\cdots \qquad \cdots\cdots①$$
$$100x = ab.ababab\cdots \qquad \cdots\cdots②$$

②－①より $\quad 99x = ab$

$\therefore \quad x = ab/99$

ここで、a と b は異なる１桁の整数なので、$01 \leqq ab \leqq 98$（ただし11の倍数は除く）の90個あることが分かります。もちろん ab と99 が公約数を持たなければ90個が答えですが、$99 = 3^2 \times 11$ より、3と11の倍数は公約数となり約分ができます。既約分数にしなければならないので ab は「3 の倍数でなく」かつ「11 の倍数でもない」整数でなければなりません。

すでに 11 の倍数は除いてあるので求める個数は、

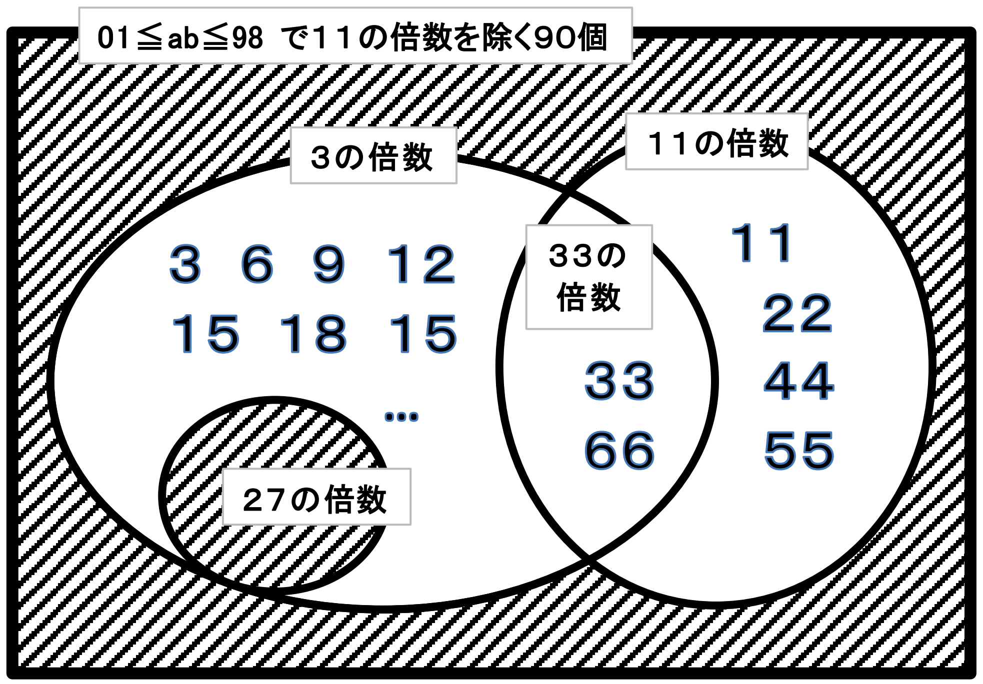
90－(3 の倍数の個数)＋(33 の公倍数の個数)＝90－32＋2＝60

答え60個。……と終わりにしたいところですが、実はまだ見落としていることがあります。現段階では3の倍数は全て除かれましたが、これで本当に大丈夫でしょうか。

分母は 3^2 しかありません。もし分子に 3^3 があれば約分しても3の倍数が残るはずですよね。つまり、$3^3 = 27$ の倍数は約分しても残るのでその倍数は異なる整数になります。その整数は{27，54，81}の3個ありますので、求める個数は

60＋3＝63　答え63個　でした。

右図の斜線部分にある整数が求める整数です。



今回は、一見してよくある問題に見えましたが、実は『安易にに３の倍数を除いてはいけない』というのが大切なポイントの問題でした。

答え 63 個