

解答編

今月の1問

11月

それほど難しい問題ではありません。じっくり考えてみましょう。

【一般的な解法】

1 から 32 までの異なる数字のカードが 32 枚あります。この中から 3 枚を取り出すということは、取り出したカードの数字は全て異なりますから、必ず大きさの順に並べることができます。そこで、問題が求めているのは互いの数の差が 2 以上となるような取り出し方の組合せですから、『余事象』の考え方を使って、

$$\text{求める取り出し方} = \text{全ての3枚のカードの取り出し方} - \text{3枚とも連続する場合} - \text{2枚だけ連続する場合}$$

を計算すればいいと分かります。そこで

全ての3枚のカードの取り出し方は 32 枚のカードから 3 枚を選ぶので ${}_{32}C_3 = (32 \times 31 \times 30 / 3 \times 2 \times 1) = 4960$ 通り。

3枚とも連続する場合は ①②③...から...③④⑤までの 30 通り。

2枚だけ連続する場合は連続する2つの数字と2つ以上離れた数字の組合せを考えればよいから、

①② × ④ ←.....→ ③②	} 29 パターンの それぞれが 28 通り
× ②③ × ⑤ ←.....→ ③②	
・ × ③④ × ⑥ ←.....→ ③②	
⋮	
① ←.....→ ②⑧ × ③④⑤ ×	} 29 通り
① ←.....→ ②⑨ × ③④⑤	

したがって $28 + 29 \times 28 + 28 = 870$ 通り

よって、求める答えは

$$4960 - 30 - 870 = 4060 \text{ 通り}$$

【別の解法】

別の視点で考えてみましょう。選んだ 3 枚のカードの数字の差は必ず 2 以上ということは、3 枚のカードを取り出した後、カードを順に並べ、カードの間に数字の 1 を足せば必ず差が 2 以上になります。つまり、

$$\text{①②③} \rightarrow \text{①} + 1 + \text{②} + 1 + \text{③} \rightarrow \text{①③⑤} \text{ から始まり}$$

$$\text{②⑧⑨⑩} \rightarrow \text{②⑧} + 1 + \text{⑨} + 1 + \text{⑩} \rightarrow \text{②⑧⑩⑩} \text{ までで全て示せます。よって}$$

1 から 30 までの数字のカードから選べばよいので ${}_{30}C_3 = 4060$ と求められます。

答え 4060 通り