

解答編

今月の1問

2月

数字が大きすぎてピンとこないので、まず、小さな数字を使って条件通りにやってみましょう。たとえば求める数字を8としてみます。まず、約数は{1, 2, 4, 8}の4個。和は $1+2+4+8=15$ 。逆数の和は、

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{8}{8} + \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{8+4+2+1}{8} = \frac{15}{8}$$
 となります。この結果わかることは、

すべての逆数の和を求めると、必ずその値は(約数の和) / (元の整数)になるということです。つまり、求める整数をA、その約数を $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, A\}$ のn個、約数の和を S_n とおくと

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{A} = \frac{A + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_1}{A} = \frac{S_n}{N}$$
 したがって、和 $S_n=4284$ 、逆数の和が $1701/505$ なのでもとの数Nが求まります。

$$\frac{1071}{505} = \frac{4284}{N} \quad \therefore N = \frac{4284 \times 505}{1071} = 2020$$

答え 2020

とりあえず、小さな扱いやすい数字でやってみることが大切です。そうすれば必ず問題を解く糸口が見つかるはずです。頑張りましょう。これで今年度の出題はすべて終了しました。来年度もどしどし応募してください。

豊岡高校数学科

※本校は今年2020年に創立百周年迎え、11月に記念式典を行います。壮大な100年の歴史に思いを馳せましょう。

答え 2020