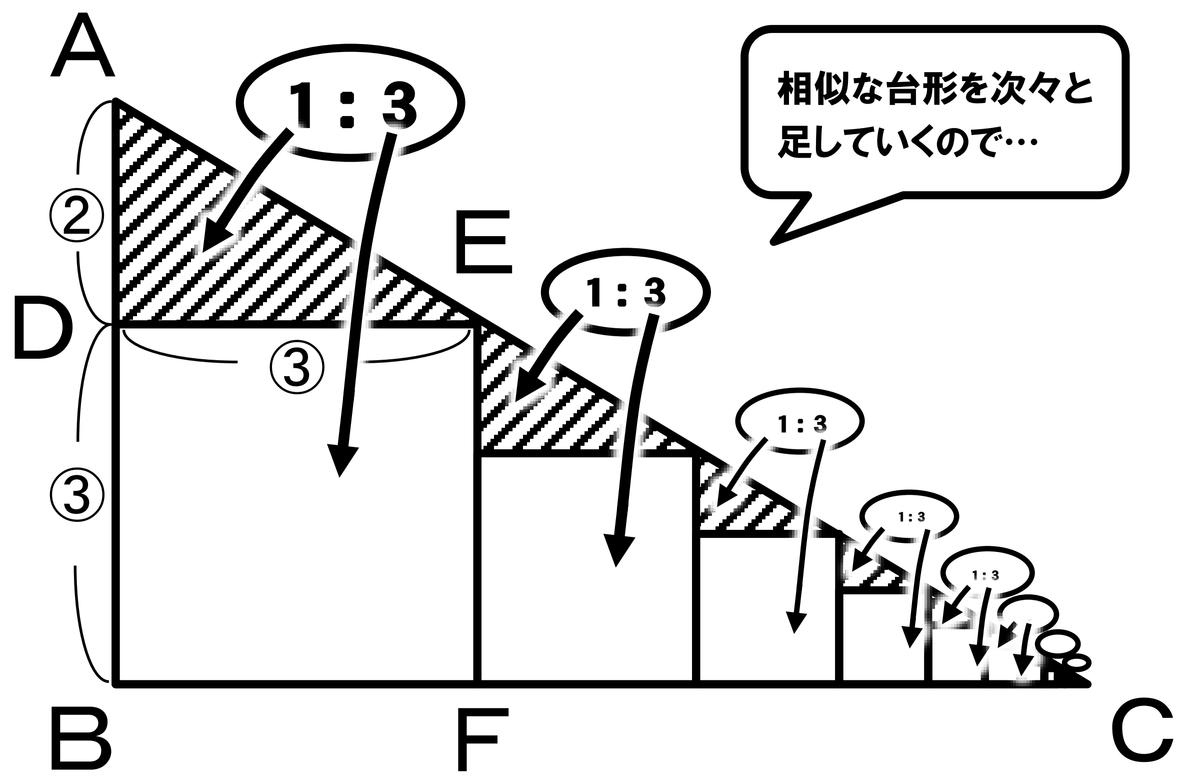
解答編

今月の１問

７月

“無限に連続する図形”というと、『極限はまだ勉強していないから解けないよ』という人がいるかもしれませんが、実は極限を使わなくとも簡単に解くことができます。まず、正方形をDBFEとおくと
明らかに△ADE∽△ABCですから
AD：DE＝AB：BC＝4：6＝2：3　DBFEは正方形なので
DE＝DB　DE：DB＝3：3　したがって　△ADEと正方形DBFEの
面積比は1：3　図のように、同じ面積比の相似な図形がずっと
続いています。つまり無限に続く
　（斜線の三角形の面積の和）：（正方形の面積の和）＝　1　：　3
ということはつまり、
　（斜線の三角形の面積の和）：（台形の和＝△ABC）＝　1　：　4
よって△ABCの面積は　（1／2）×4×6＝12
ですから　斜線の部分の面積の和は　12×（1／4）＝3　答えは3でした。



　ちなみに数Ⅲで勉強する“無限等比級数の和”を使うと、求める斜線部分の面積をＳとおいて、

$$S=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{48}{25}\left(\frac{9}{25}\right)^{k-1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{48}{25}\left\{1-\left(\frac{9}{25}\right)^{n}\right\}}{1-\frac{9}{25}}=\lim_{n\to\infty}\frac{25}{16}\cdot\frac{48}{25}\left\{1-\left(\frac{9}{25}\right)^{n}\right\}=\lim_{n\to\infty}3\left\{1-\left(\frac{9}{25}\right)^{n}\right\}=3$$

こんな計算になります。

答え　3